

Министерство науки и высшего образования
Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Донецкий государственный университет»

Физико-технический факультет
Кафедра математической физики



УТВЕРЖДАЮ
проректор

П.А. Машаров

П.А. Машаров

«29» марта 2024 г.

МП

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

ИНТЕГРАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ. ВАРИАЦИОННОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ

Укрупненная группа направлений
подготовки
Программа высшего образования
Направление подготовки
Профиль подготовки
Квалификация
Форма обучения

03.00.00 Физика и астрономия
Программа бакалавриата
03.03.03 Радиофизика
Радиофизика
Бакалавр
Очная

Рабочая программа адаптирована для лиц
с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов

Донецк 2024

Рабочая программа дисциплины **«Интегральные уравнения. Вариационное исчисление»** для обучающихся по направлению подготовки 03.03.03 Радиофизика (Профиль подготовки: Радиофизика), составлена на основании Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования – бакалавриат по направлению подготовки 03.03.03 Радиофизика, утвержденного приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 7 августа 2020 г. № 912 (с изм. и доп.), Порядка организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры, утвержденного приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 06 апреля 2021 г. № 245 (с изм. и доп.), в соответствии с учебным планом, утвержденным Ученым советом ФГБОУ ВО «ДонГУ» для набора 2024 года.

Разработчик:

старший преподаватель кафедры
математической физики



В. В. Коркишко

Рабочая программа одобрена на заседании кафедры математической физики.
Протокол от 26.03.2024 г. № 9

Врио зав. кафедрой



В. И. Колесник

СОГЛАСОВАНО:

Декан физико-технического
факультета
28.03.2024 г.

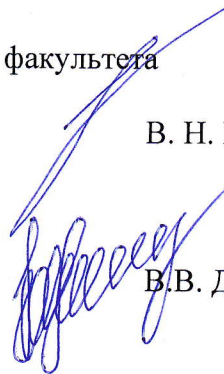


С.А. Фоменко

Учебно-методическая комиссия физико-технического факультета
Протокол от 27.03.2024 г. № 2
Председатель

В. Н. Котенко

Руководитель основной профессиональной
образовательной программы
д-р тех. наук, проф.
26.03.2024 г.



В.В. Данилов

1. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

1.1 Требования к предварительной подготовке обучающихся, предшествующие и сопутствующие дисциплины, на которых основывается изучение данной:

Математический анализ, Аналитическая геометрия, Линейная алгебра.

1.2 Дисциплины, курсовые работы и практики, для которых освоение данной дисциплины необходимо как предшествующее: Теоретическая механика, Электродинамика, Квантовая механика.

2. ОПИСАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

2.1 Общая характеристика

Наименование показателя	Значение показателя
Название образовательной программы	03.03.03 Радиофизика (Программа бакалавриата: Радиофизика)
Шифр и название в соответствии с учебным планом	Б1.В.ДВ.2.2 Интегральные уравнения. Вариационное исчисление.
Часть образовательной программы	Вариативная часть
Количество зачетных единиц / всего часов	3 / 108

2.2 Распределение часов по формам и периодам обучения

Форма обучения	курс	семестр	Общее количество часов					Форма контроля
			лекционных	лабораторных	практических	самостоятельной работы + контроль	всего	
Очная	2	3	17	–	34	57	108	зачет

3. ЦЕЛИ ДИСЦИПЛИНЫ

Цель дисциплины: изучение базовых понятий интегральных уравнений и вариационного исчисления; освоение основных приемов решения практических задач по темам дисциплины; подготовка к поиску и анализу профильной научно-технической информации, необходимой для решения конкретных научно-исследовательских и прикладных задач, в том числе при выполнении междисциплинарных проектов; - формирование социально-личностных качеств студентов: целеустремленности, организованности, трудолюбия, коммуникативности, готовности к деятельности в профессиональной среде, ответственности за принятие профессиональных решений.

4. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ КОМПОНЕНТА ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ, ИХ ИНДИКАТОРЫ И ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

4.1 Компетенции

Компетенции	Индикаторы	Результаты обучения
ОПК-1. Обладает достаточными знаниями в области математических и физических наук, основ цифровой техники и информационных технологий, необходимыми при проведении научно-исследовательских работ и по профилю подготовки. (А/01.5)	ОПК-1.2. Обладает базовыми знаниями в области математических наук.	ОПК-1.2.1. Знает определения и утверждения, методы решения задач, приёмы доказательства утверждений, методы интегральных преобразований, применяемые для решения профессиональных задач. ОПК-1.2.2. Умеет выбирать и использовать необходимые математические методы и вычислительные средства, решать задачи дисциплины
	ОПК-1.3. Способен применять математические и/или физические методы решения задач профессиональной деятельности.	ОПК-1.3.1. Аргументированно выбирает метод решения задачи, устанавливает свойства математических объектов, закономерности между ними, доводит решение задачи до приемлемого (числового или символического) результата, оценивает и анализирует полученный результат, строит математические модели для решения профессиональных задач.

5. ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Название темы	Краткое содержание темы (вопросы темы)
Раздел 1. Интегральные уравнения	
Классификация линейных интегральных уравнений.	1. Классификация линейных интегральных уравнений. 2. Уравнения Фредгольма и Вольтерра первого и второго рода. Примеры физических задач, приводящих к интегральным уравнениям. 3. Линейные пространства. Линейные операторы в бесконечномерных нормированных пространствах. Вполне непрерывный оператор. 4. Теорема существования собственного значения и собственного вектора у вполне непрерывного самосопряженного оператора. Построение последовательности собственных значений и собственных векторов.
Однородное уравнение Фредгольма второго рода	1. Однородное уравнение Фредгольма второго рода. 2. Существование собственных значений и собственных функций у интегрального оператора с

	<p>симметричным ядром. Вырожденные ядра. Теорема Гильберта-Шмидта.</p> <p>3. Принцип сжимающих отображений. Уравнение Фредгольма с “малым λ”. Метод последовательных приближений.</p> <p>4. Линейное уравнение Вольтерра. Метод последовательных приближений.</p> <p>5. Неоднородное уравнение Фредгольма второго рода. Уравнения Фредгольма с вырожденными ядрами. Уравнение Фредгольма с произвольным непрерывным ядром. Теоремы Фредгольма.</p>
Раздел 2. Вариационное исчисление	
Первая вариация функционала	<p>1. Понятие функционала. Первая вариация функционала. Необходимое условие экстремума.</p> <p>2. Вариационная задача с закрепленными концами. Основная лемма вариационного исчисления. Уравнение Эйлера, необходимое условие экстремума.</p> <p>3. Поле экстремалей, функция Вейерштрасса, достаточные условия экстремума.</p>
Задачи на условный экстремум. Задачи с подвижными границами	<p>1. Задачи на условный экстремум. Изопериметрическая задача и задача Лагранжа (постановки задач, необходимое условие экстремума).</p> <p>2. Задачи с подвижными границами. Постановки задач, условие трансверсальности, необходимое условие экстремума.</p>

6. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

6.1 Форма обучения – очная, курс – 2, семестр – 3

Наименования разделов и тем	Количество часов				
	Лекц.	Лабор.	Практ.	СРС+К	Всего
Раздел 1. Интегральные уравнения	9	-	18	28	55
Классификация линейных интегральных уравнений.	5	-	10	14	29
Однородное уравнение Фредгольма второго рода	4	-	8	14	26
Раздел 2. Вариационное исчисление	8		16	29	53
Первая вариация функционала	4		8	14	26
Задачи на условный экстремум. Задачи с подвижными границами	4	-	8	15	27
ИТОГО ЗА КУРС	17	–	34	57	108

7. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ (СРЕДСТВА) ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

7.1 Контрольные вопросы

Раздел 1. Интегральные уравнения

1. Интегральные уравнения с вырожденными ядрами в классе непрерывных функций. Сведение к системе алгебраических уравнений.
2. Собственные числа и собственные функции. Теоремы Фредгольма. Резольвента.
3. Принцип сжатых отображений. Метод последовательных приближений.

4. Понятие оператора. Примеры. Метрическое пространство $C[a, b]$. Проверка аксиом метрического пространства. Сходимость в $C[a, b]$.

5. Определение фундаментальной последовательности. Определение полного пространства. Примеры полных и неполных пространств.

6. Теорема Банаха (построение последовательных приближений, доказательство фундаментальности этой последовательности, доказательство существования и единственности решения уравнения $Ax=x$).

7. Применение метода последовательных приближений: интегральные уравнения с малым непрерывным ядром, итерированные ядра, резольвента.

8. Нелинейные интегральные уравнения с непрерывным ядром; интегральные уравнения Вольтерра, итерированные ядра, резольвента для него.

9. Интегральные уравнения с произвольным непрерывным ядром, теоремы Фредгольма.

10. Интегральные уравнения с произвольным непрерывным ядром. Теоремы Фредгольма.

11. Интегральные уравнения Вольтерра и Фредгольма со слабой особенностью. Метод их решения. Примеры.

12. Интегральные уравнения Вольтерра и Фредгольма первого рода, обобщенное уравнение Абеля.

13. Преобразование Фурье, его свойства. Примеры.

14. Решение интегрального уравнения типа свертки.

Раздел 2. Вариационное исчисление

1. Определение функционала. Примеры. Основная лемма вариационного исчисления для функций одного и многих переменных.

2. Определение относительного экстремума функционала. Необходимые условия для существования относительного экстремума для функционалов вида:

$$\int_a^b f(x, y, y') dx, \int_a^b F(x, y, y', y'', \dots, y^{(n)}) dx, \int_a^b F(x, y, z, y', z') dx$$

17. Уравнения Эйлера и Остроградского.

18. Классические задачи вариационного исчисления: задача о брахистохроне, задача о геодезических линиях, изопериметрические задачи.

19. Достаточные условия экстремума.

20. Упрощенное достаточное условие сильного экстремума.

21. Достаточные условия экстремума слабого экстремума функционала, зависящего от нескольких функций.

7.2 Темы письменных работ (типы задач)

Контрольные работы по практике темам:

– Интегральные уравнения (Интегральные уравнения с произвольным непрерывным ядром, теоремы Фредгольма. Интегральные уравнения с произвольным непрерывным ядром. Теоремы Фредгольма. Интегральные уравнения Вольтерра и Фредгольма со слабой особенностью. Метод их решения.)

– Вариационное исчисление (Уравнения Эйлера и Остроградского. Классические задачи вариационного исчисления: задача о брахистохроне, задача о геодезических линиях, изопериметрические задачи.)

Контрольная работа по проверке теоретических знаний – по всем темам, с использованием указанных выше контрольных вопросов.

7.3 Образец содержания экзаменационного билета (при наличии экзамена по дисциплине)

В случае ведения учебного процесса с использованием электронного обучения и дистанционных образовательных технологий, содержание билета может отличаться от приведенного.

8. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ БАЛЛОВ, КОТОРЫЕ ПОЛУЧАЮТ ОБУЧАЮЩИЕСЯ

Общая оценка знаний обучающихся по дисциплине проводится по 100-балльной шкале исходя из максимума, приведенного в таблице ниже. Организационно-учебная работа в аудитории оценивается на основе таких критериев как посещаемость занятий, своевременное и качественное выполнение домашних заданий, активность во время проведения лекционных и практических занятий (участие в обсуждении текущего и пройденного материала, решение задач и т.п.).

8.1 Семестр 1

Номера разделов	Виды работ	Максимальное количество баллов
1-2	Организационно-учебная работа в аудитории	5
	Самостоятельная работа	5
	Контрольные работы по практике	40
	Контрольная работа по теоретическому материалу	10
ИТОГО		60
Зачет		40
Общий итог за семестр		100

Соответствие баллов оценке

Количество баллов из 100	ECTS	Оценка по пятибалльной шкале	
		Экзамен, дифференцированный зачет	Зачет
90-100	A	отлично	зачтено
80-89	B	хорошо	зачтено
75-79	C		зачтено
70-74	D	удовлетворительно	зачтено
60-69	E		зачтено
35-59	FX	неудовлетворительно	не зачтено
0-34	F		не зачтено

9. ОБЕСПЕЧЕНИЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ДЛЯ ЛИЦ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ И ИНВАЛИДОВ

В ходе реализации дисциплины используются следующие дополнительные методы обучения, текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в зависимости от их индивидуальных особенностей:

- 1) для слепых и слабовидящих:
 - лекции оформляются в виде электронного документа, доступного с помощью компьютера со специализированным программным обеспечением;
 - для выполнения задания при необходимости предоставляется увеличивающее устройство; возможно также использование собственных увеличивающих устройств;
 - письменные задания оформляются увеличенным шрифтом.
- 2) для глухих и слабослышащих:

- лекции оформляются в виде электронного документа;
- письменные задания выполняются на компьютере в письменной форме;
- экзамен проводится в письменной форме на компьютере; возможно проведение в форме тестирования.

3) для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- лекции оформляются в виде электронного документа, доступного с помощью компьютера со специализированным программным обеспечением;
- письменные задания выполняются на компьютере;
- экзамен и зачёт проводятся в устной форме или выполняются в письменной форме на компьютере.

При необходимости предусматривается увеличение времени для подготовки ответа.

Процедура проведения промежуточной аттестации для обучающихся устанавливается с учётом их индивидуальных психофизических особенностей. Промежуточная аттестация может проводиться в несколько этапов.

Проведение процедуры оценивания результатов обучения допускается с использованием дистанционных образовательных технологий.

Обеспечивается доступ к информационным и библиографическим ресурсам в сети Интернет для каждого обучающегося в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

- 1) для слепых и слабовидящих:
 - в печатной форме увеличенным шрифтом;
 - в форме электронного документа;
- 2) для глухих и слабослышащих:
 - в печатной форме;
 - в форме электронного документа.
- 3) для обучающихся с нарушениями опорно-двигательного аппарата:
 - в печатной форме;
 - в форме электронного документа.

10. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОГО ПРОЦЕССА

Учебные занятия проводятся в 4-м учебном корпусе по адресу пр. Театральный, 13, г. Донецк. Для проведения лабораторных занятий требуется аудитория, оборудованная меловой или маркерной доской, мультимедийный проектор и экран, ноутбук, комплект учебной мебели для студентов, рабочее место преподавателя. Выход в Интернет проводной или с использованием Wi-Fi.

Для самостоятельной работы используются текстовые и электронные ресурсы Научной библиотеки университета и других электронных библиотечных баз данных, учебно-методическое обеспечение, представленное в учебно-методическом кабинете Главного корпуса (ауд.405).

Обучающиеся имеют возможность использовать учебные материалы по дисциплине, размещенные на платформе Moodle Центра дистанционного образования ФГБОУ ВО «ДонГУ». При изучении дисциплины применяются электронное обучение и дистанционные образовательные технологии.

С использованием ресурсов платформы дистанционного образования осуществляется текущий контроль знаний обучающихся на основе тестирования и проверки результатов самостоятельной работы.

11. РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

11.1 Основная литература

1. Методы математической физики: Основы комплексного анализа. Элементы вариационного исчисления и теории обобщенных функций / Багров В.Г., Белов В.В., Задорожный В.Н., Трифонов А.Ю. - Томск: Изд-во НТЛ, 2002. – 647 с.

11.2.Дополнительная литература

1. Дифференциальные и интегральные уравнения. Вариационное исчисление / Васильева А.Б., Медведев Г.Н., Тихонов Н.А., Уразгильдина Т.А. – М.: Физматлит, 2003. – 432 с.

12. ИНФОРМАЦИОННЫЕ РЕСУРСЫ

1. **Национальная электронная библиотека (НЭБ):** федеральная государственная информационная система / Министерство Культуры РФ; Российская государственная библиотека. – Москва, 2019- . – URL: <https://rusneb.ru/> (дата обращения: 01.09.2023). – Режим доступа: свободный, подписка. Необходима установка программного обеспечения. – Текст: электронный.

2. **eLIBRARY.RU:** научная электронная библиотека: сайт. – Москва, 2000- . – URL: <https://elibrary.ru> (дата обращения: 01.09.2023). – Режим доступа: для авторизов. пользователей. –Текст: электронный.

3. Научная электронная библиотека **«КиберЛенинка»:** сайт / Ассоциация «Открытая наука». – Москва, 2014- . – URL: <https://cyberleninka.ru/>. – Режим доступа: свободный. – Текст: электронный.

4. Электронно-библиотечная система **«Лань»:** [сайт]. – URL: <https://e.lanbook.com> (дата обращения: 01.09.2023). – Режим доступа: для авторизов. пользователей. – Текст: электронный.

5. **ЭБС Юрайт:** электронная библиотечная система: сайт. – Москва, 2013. – URL: <https://biblio-online.ru> (дата обращения: 01.09.2023). – Режим доступа: для авторизов. пользователей. – Текст: электронный.

6. **Электронно-библиотечная система ДонГУ:** сайт / ФГБОУ ВО «ДонГУ». – Донецк, 2016- . – URL: <http://library.donnu.ru/> (дата обращения: 01.09.2023). – Режим доступа: свободный. – Текст: электронный.

7. **Электронный каталог** Научной библиотеки ДонГУ: раздел сайта / НБ ДонГУ. – Текст: электронный // ЭБС ДонГУ: сайт. – URL: <http://library.donnu.ru/catalog/> (дата обращения: 01.09.2023). – Режим доступа: поиск свободный, электронные документы – для пользователей ДонГУ.

8. **Электронный архив ДонГУ:** раздел сайта / НБ ДонГУ. – Текст: электронный // ЭБС ДонГУ: сайт. – URL: <http://repo.donnu.ru/> (дата обращения: 01.09.2023). – Режим доступа: свободный.

13. ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

1. Windows 7 PRO (корпоративная лицензия ДонГУ № 46484614)
2. Microsoft Office (корпоративная лицензия ДонГУ № 46472919)
3. Microsoft Visual Studio (лицензия программы Dream Spark для высших учебных заведений)
4. Антивирус Касперского, Adobe Acrobat Reader, xPDF (лицензии GPL, Apache, BSD для свободного программного обеспечения).